VLADO HALUSEK

1. 10. 2020.

1.4. USPOREĐIVANJE PRIRODNIH BROJEVA

U svakodnevnom životu vrlo često međusobno uspoređujemo prirodne brojeve. Usporedimo na sljedećim crtežima broj bojica, bombona, cvjetova u dvjema vazama te broj pasa.

S lijeve strane imamo osam bojica, a s desne deset.

Pišemo: **8 < 10** gdje je **„<”** znak koji čitamo: **„manji od”.**

S lijeve strane imamo četiri bombona, a s desne tri.

Pišemo: **4 > 3** gdje je **„>”** znak koji čitamo: **„veći od”.**

S lijeve i desne strane imamo četiri cvijeta u vazi.

Pišemo: **4 = 4** gdje je **„=”** znak koji čitamo: **„jednako je”.**

S lijeve strane imamo dva psa, a s desne jednog.

Pišemo: **2** $\ne $**1** gdje je znak **„**$\ne $**”**koji čitamo: **„različito”** ili **„nije jednako”.**

Ako dva prirodna broja nisu jednaka, onda je jedan veći od drugog.

Usporediti dva broja iz skupa **N0** znači odrediti koji je od tih dvaju brojeva manji (odnosno veći) ili utvrditi da su ta dva broja međusobno jednaka.

**Za brojeve *a* i *b* iz skupa N0 vrijedi jedna od mogućnosti:**

**1. broj *a* je manji od broja *b,* tj. *a* <*b*.**

**2. broj *a* je veći od broja *b,* tj. *a* >*b*.**

**3. broj *a* je jednak broju *b,* tj. *a* = *b*.**

Zamijetimo

Ako je *a* ≠ *b*,

tada je *a* < *b*,

 ili *a* > *b*.

PRIMJER 9.

**Uspoređivanje brojeva iz skupa N0**

Usporedimo sljedeće brojeve tako da između njih stavimo znak **<, >** ili **=.**

**a)** 567 i 4 553 **b)** 17 823 i 17 851 **c)** 894 555 i 894 552

**d)** 3 254 789 i 3 254 789 **e)** 0 i 345

🞂 **Rješenje**

**a)** 567 < 4 553

**b)** 17 823 < 17 851

**c)** 894 555 > 894 552

**d)** 3 254 789 = 3 254 789

**e)** Broj nula je manji od bilo kojeg prirodnog broja pa je 0 < 345.

**43. Usporedite sljedeće brojeve tako da između njih stavite znak <, > ili =.**

 **a)** 2 567 i 553 **b)** 35 867 i 35 767 **c)** 943 111 i 943 113 **d)**  5 154 806 i 5 154 806 **e)** 0 i 3 478 **f)** 23 891 i 0

**Jednakost** je zapis činjenice da su dva broja ili izraza međusobno jednaki (npr. 2 = 2, 12 – 7 = 5, 8 · 5 = 40).

**Nejednakost** je zapis činjenice da je jedan broj ili izraz manji odnosno veći od drugoga (npr. 3 > 1, 5 < 7, 2 + 5 > 1 + 5).

Ako želimo zapisati činjenicu da su međusobno jednaka više od dva izraza ili broja, koristimo **produženu jednakost**, npr. 2 = 6 – 4 = 1 + 1.

Ako želimo prikazati međusobni odnos više od dva izraza ili brojeva koji nisu međusobno jednaki, koristimo **produženu nejednakost**,

npr. 2 < 5 < 8, 12 > 10 – 1 > 2 + 2.

U produženoj nejednakosti brojevi odnosno izrazi moraju biti poredani po veličini (nije npr. praktično pisati 6 < 10 – 2 > 4).

Pogledajmo ove tri vrpce. Razlikuju se u duljini.

Činjenicu da je duljina prve manja od duljine druge, a duljina druge manja od duljine treće, možemo zapisati produženom nejednakosti **2 cm< 3 cm< 4 cm**.

***a* < *b, b* < *c*** $⇒$***a* < *c,* tj. *a* < *b* < *c***

PRIMJER 10.

Slaganje brojeva po veličini, počevši od najvećeg

Sljedećih nekoliko vrhova Velebitskog masiva poredajmo po visini tako da počnemo od najvećeg: Babin vrh (1 736 m), Vaganski vrh (1 757 m), Malovan (1 709 m), Segestin (1 715 m).

  Rješenje

Uspoređivanjem visina u metrima dobivamo:
1 757 > 1 736 > 1 715 > 1 709.

Traženi poredak vrhova je: Vaganski vrh, Babin vrh, Segestin, Malovan.

**44.** **Sljedeće brojeve poredajte po veličini tako da počnete:**

 **a)** od najvećeg:7 566, 8 233, 7 678, 8 123, 7 723, 7 563, 8 220 i 8 225,

 **b)** od najmanjeg:56 577, 56 582, 56 581, 56 532, 56 567, 56 539 i 56 545.

PRIMJER 11.

**Određivanje svih prirodnih brojeva koji ispunjavaju uvjete zadane riječima**

**Napišimo sve prirodne brojeve:**

a) manje od 9

b) manje ili jednake 7

c) veće od 8

🞂 **Rješenje**

a) Prirodni brojevi manji od 9 su: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 i 8.

b) Prirodni brojevi manji ili jednaki 7 su: 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7.

c) Prirodni brojevi veći od 8 su: 9, 10, 11… (stavljamo tri točkice jer ih ne možemo sve ispisati).

Definicije nejednakosti i produženih nejednakosti koje smo naveli na prethodnoj stranici sada možemo poopćiti.

**Nejednakost** je zapis činjenice da je jedan broj ili izraz **manji ili jednak** (odnosno **veći ili jednak)** od drugog (npr. 2 ≤ 3 – 1, 7 ≥ 5 + 2).

**Produžena nejednakost** je zapis činjenice da su više od dva izraza ili broja međusobno **manji ili jednaki**, odnosno **veći ili jednaki**

(npr. 1 ≤ 8 : 8 ≤ 10 – 9, 11 ≥ 10 + 1 ≥ 12 – 1).

 ***a*** $\leq $ ***b* čitamo: „broj *a* je manji ili jednak broju *b*”.**

***a*** $\geq $  ***b* čitamo: „broj *a* je veći ili jednak broju *b*”.**

**45. Napišite sve prirodne brojeve:**

 **a)** manje od 5 **b)** manje ili jednake 9 **c)** veće od 1

 **d)** veće od 25 **e)** veće ili jednake 28 **f)** manje od 1.

PRIMJER 12.

Određivanje svih prirodnih brojeva koji ispunjavaju uvjete zadane nejednakošću

Odredimo sve prirodne brojeve *x* za koje vrijedi:

**a)** *x* < 8 **b)** *x* $\leq $ 4 **c)** *x* > 7 **d)** *x* $\geq $ 10.

 🞂 Rješenje

**a)** *x* mora biti prirodan broj manji od 8, znači *x* $\in $ {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}.

**b)** *x* mora biti prirodan broj manji ili jednak 4, znači *x* $\in $ {1, 2, 3, 4}.

**c)** *x* mora biti prirodan broj veći od 7, znači *x* $\in $ {8, 9, 10,...}.

**d)** *x* mora biti prirodan broj veći ili jednak 10, znači *x* $\in $ {10, 11, 12,...}.

**46. Odredite sve prirodne brojeve *x* koji zadovoljavaju nejednakosti:**

 **a)** x < 9 **b)** x < 12 **c)** x ≤ 6 **d)** x ≤ 13

 **e)** x > 11 **f)** x > 23 **g)** x ≥ 16 **h)** x ≥ 37.

**PRIMJER 13.**

**Određivanje svih prirodnih brojeva koji ispunjavaju uvjete
zadane produženom nejednakošću**

Odredimo sve prirodne brojeve *x* za koje vrijedi:

**a)** 1 < *x* < 7 **b)** 5 $\leq $ *x* $\leq $ 12 **c)** 2 $\leq $*x* < 8 **d)** 3< *x* $\leq $ 9.

🞂 **Rješenje**

**a)** *x* mora biti prirodan broj veći od 1, a manji od 7, znači *x* $\in $ {2, 3, 4, 5, 6}.

**b)** *x* mora biti prirodan broj veći ili jednak 5, a manji ili jednak 12, znači

 *x* $\in $ {5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}.

**c)** *x* mora biti prirodan broj veći ili jednak 2, a manji od 8, znači

 *x* $\in $ {2, 3, 4, 5, 6, 7}.

**d)** *x* mora biti prirodan broj veći od 3, a manji ili jednak 9, znači

 *x* $\in $ {4, 5, 6, 7, 8, 9}.

**47.Odredite sve prirodne brojeve *x* za koje vrijedi:**

 **a)** 6 < *x* < 10 **b)** 8 $\leq $ *x* $\leq $ 14

 **c)** 5 $\leq $ *x* < 13 **d)** 7< *x* $\leq $ 15.

 **TREBA ZNATI...**

Usporediti dva broja iz skupa **N0**znači odrediti koji je od njih manji, odnosno veći, ili utvrditi da su jednaki.

Jednakosti su izrazi oblika 8 = 8, 25 – 17 = 8, 4 · 5 = 20, 63 : 7 = 9, itd.

Nejednakosti su izrazi oblika: 7 > 2, 4 < 7, 2 + 3 > 1 + 3, 8 · 3 < 9 · 3, itd.

Produžene nejednakosti su izrazi oblika: 3 < 5 < 10, 7 > 3 > 1, itd.

Jeste li razumjeli?

Pročitajte: 2 > 1, 1 < 2, 3 = 3, *a* $\leq $ 4, *b* $\geq $ 5.

Je li isto reći 4 < *a*  i *a >* 4?

Koji su prirodni brojevi veći od 8?

Koji su prirodni brojevi manji ili jednaki 7?

Zadatci za vježbu

**48. Prepišite u bilježnicu pa usporedite sljedeće brojeve tako da u predviđene kvadratiće stavite znak <, > ili =.**

 **a)** 1 983 1 938 **b)** 43 725 43 275 **c)** 623 484 623 454

 **d)** 3 654 112 3 654 112 **e)** 17 233 0 **f)** 2 343 507 2 334 507

**49. Sljedeće brojeve poredajte po veličini, počevši od najvećeg.**

a) 4 570, 4 587, 4 581, 4 597, 4 600, 4 605, 4 572, 4 603 i 4 568

b) 27 989, 27 980, 27 981, 27 978, 27 990, 27 983, 27 965, 27 967.

**50. Sljedeće brojeve poredajte po veličini, počevši od najmanjeg.**

**a)** 9 878, 9880, 10 023, 10 154, 9 978, 10 032, 10 145 i 9 997

**b)** 87 342, 87 335, 87 329, 87 357, 87 360, 87 421, 87 458, 87 400.

**51. Napišite sve prirodne brojeve:**

 **a)** manje od 10 **b)** manje ili jednake 16

 **c)** veće od 3 **d)** veće ili jednake 7.

**52. Odredite sve prirodne brojeve *x* koji zadovoljavaju nejednakosti:**

 **a)** *x* < 19 **b)** *x* $\leq $ 14

 **c)** *x* > 35 **d)** *x* $\geq $ 15.

**53. Odredite sve prirodne brojeve *x* za koje vrijedi:**

 **a)** 4 < *x* < 19 **b)** 7 $\leq $ *x* $\leq $ 22 **c)** 6 $\leq $ *x* < 27

 **d)** 9 < *x* $\leq $ 24 **e)** 37 < *x* < 49 **f)** 318 $\leq $ *x* $\leq $ 329

 **g)** 571 $\leq $ *x* < 587 **h)** 2 891 < *x* $\leq $ 2 905.

**Povežite i primijenite**

**54.** Poredajte planete prema udaljenosti od Sunca tako da počnete s planetom najbližim Suncu:

Jupiter (777 920 000 km),

Zemlja (149 600 000 km),

Saturn (1 433 168 000 km),

Uran (2 872 320 000 km),

Venera (108 160 800 km),

Neptun (4 495 480 000 km),

Mars (227 392 000 km),

Merkur (57 895 200 km).

**55.** Martina i Ivana sastavljaju ponude za putovanje od Zagreba do Splita. Turisti bi mogli putovati na nekoliko načina. Odredite kojim će prijevoznim sredstvom putovanje biti najjeftinije, a kojim najskuplje.

 a) Putovanje automobilom za četveročlanu obitelj stoji 500 kn.

 b) Putovanje vlakom za četveročlanu obitelj stoji 760 kn.

 c) Najjeftinija autobusna karta za četveročlanu obitelj stoji 620 kn.

 d) Najjeftiniji prijevoz zrakoplovom za četveročlanu obitelj stoji 1 573 kn.